

Τα (νέα;) μαθηματικά της β' τάξης στο δημοτικό σχολείο: προβληματισμοί και προοπτικές

Απόστολος Δαρόπουλος

Σχολικός Σύμβουλος Π.Ε. 4^{ης} Εκπαιδευτικής Περιφέρειας Ν. Καρδίτσας

grsspalkar@dipe.kar.sch.gr

«Μήπως ζητάμε από τα παιδιά μας πάρα πολλά,
πάρα πολύ νωρίς;»¹

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία ως σκοπό έχει να επικεντρωθεί σε μία ολιστική προσέγγιση σε επίπεδο προβληματισμών, διαπιστώσεων και προοπτικών στο χώρο της διδακτικής των μαθηματικών από την εφαρμογή του νέου διδακτικού υλικού² στο δημοτικό σχολείο. Ερευνητικά δεδομένα δείχνουν μία δυσaréσκεια εκπαιδευτικών, γονέων και μαθητών/ριών, της δευτέρας (Β') τάξης του δημοτικού σχολείου, από την εφαρμογή των νέων διδακτικών βιβλίων. Οι προβληματισμοί και οι διαπιστώσεις είναι αποτέλεσμα της συνύπαρξης, τόσο των χαρακτηριστικών της δομής και του περιεχομένου του διδακτικού υλικού, όσο και παραγόντων που έχουν να κάνουν με τον τρόπο υλοποίησης των στόχων σε νέα μαθησιακά περιβάλλοντα. Η σημασία χρησιμοποίησης στρατηγικών στη θεματική ενότητα της επίλυσης προβλημάτων έχει ιδιαίτερη σημασία, αφού στόχος είναι κάθε μαθητής/ρια να έχει τη δυνατότητα να ανταποκριθεί, σε κάποιο βαθμό, με το δικό του τρόπο. Η άρση πολλών, κυρίως, των εξωγενών προβληματισμών-διαπιστώσεων, μπορεί να επιτευχθεί εάν υιοθετηθεί μία σειρά στοχευμένων δράσεων με συγκεκριμένο χρονοδιάγραμμα.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

Μαθηματικά, ενδογενείς και εξωγενείς διαπιστώσεις, επίλυση προβλήματος, ανοιχτά προβλήματα.

¹ Harris Cooper, Department of Psychology and Neuroscience, Duke University.

² Ως διδακτικό υλικό εδώ νοούνται: το βιβλίο του μαθητή, το τετράδιο εργασιών και το βιβλίο του δασκάλου.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το σχολικό βιβλίο για το ελληνικό δημοτικό σχολείο (και όχι μόνο) αποτελεί το κεντρικό σημείο αναφοράς, αφού κατέχει θέση αποκλειστικού, μοναδικού εκφραστή του αναλυτικού προγράμματος με αποτέλεσμα η θέση που κατέχει στη σχολική πραγματικότητα να είναι υπερτιμημένη. Αρκεί άραγε η αλλαγή ενός σχολικού βιβλίου π.χ. των μαθηματικών για να αλλάξουν ριζικά οι παγιωμένες εκπαιδευτικές πρακτικές, η επίτευξη νέων στόχων μαθηματικής εκπαίδευσης, ο ρόλος του/ης εκπαιδευτικού; Βασικά στοιχεία που επιχειρεί να συμπεριλάβει το νέο βιβλίο των μαθηματικών της β' τάξης είναι: η βάση που δίνεται στις προϋπάρχουσες ιδέες των παιδιών, η ομαδοσυνεργατική διδασκαλία, η αναβάθμιση ποσοτικά και ποιοτικά της θεματικής ενότητας της επίλυσης προβλήματος, η αξιολόγηση της πληροφορίας, η επιλογή των κατάλληλων στρατηγικών, η ενεργητική συμμετοχή του μαθητή, η σπειροειδής διάταξη της ύλης, η βιωματική προσέγγιση, η προσέγγιση της γνώσης και η οικοδόμησή της μέσα από διαφορετικά πλαίσια.

Η ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Στο χώρο της διδακτικής των μαθηματικών θα μπορούσε κανείς να διακρίνει δύο κυρίαρχες τάσεις. Η πρώτη που θεωρεί τα μαθηματικά ως ένα σύνολο κανόνων και τεχνικών που μεταφέρονται από τον/ην εκπαιδευτικό στους/ις μαθητές/ριες. Η δεύτερη τάση δίνει ιδιαίτερο βάρος στο γόνιμο προβληματισμό, σε δημιουργία αυθεντικών προβληματικών καταστάσεων, στην ενίσχυση της δημιουργικότητας, της κριτικής σκέψης και της αμφισβήτησης (Κοτοπούλης, 2007· Φερεντίνος, 2001). Η μαθηματική εκπαίδευση δεν είναι αποκομμένη από το ευρύτερο κοινωνικό περιβάλλον, αλλά εντάσσεται σε ένα κοινωνικοπολιτιστικό πλαίσιο και υπηρετείται από διάφορα παιδαγωγικά μοντέλα που ως χαρακτηριστικά έχουν: το κέντρο βάρος της διδακτικής-μαθησιακής διαδικασίας επικεντρώνεται στο/η μαθητή/ρια, τη συνεργατική μάθηση αλλάζοντας, όπως είναι φυσικό, και το ρόλο του/ης εκπαιδευτικού (Τρέσσου, 1998). Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα αυτής της κατεύθυνσης είναι τα ρεαλιστικά μαθηματικά (RME –realistic mathematics education) τα οποία είναι μια προσέγγιση στη διδασκαλία και την εκμάθηση των μαθηματικών που αναπτύχθηκε από το 1971 από το ίδρυμα Freudenthal. Ο Hans Freudenthal είχε την άποψη ότι τα μαθηματικά πρέπει να συνδεθούν με την πραγματικότητα, να μείνουν κοντά στην εμπειρία των παιδιών, να είναι σε άμεση σχέση με την κοινωνία, αντί να βλέπουμε τα μαθηματικά ως έτοιμη γνώση που μεταδίδεται, οι μαθητές/ριες να βλέπουν τα μαθηματικά ως μία ανθρώπινη δραστηριότητα. Τα μαθήματα των μαθηματικών πρέπει να δώσουν στους μαθητές μια "καθοδηγημένη" ευκαιρία "να εφευρεθούν εκ νέου" τα μαθηματικά. Αυτό σημαίνει ότι στη διδασκαλία των μαθηματικών, το σημείο εστίασης δεν πρέπει να είναι στα μαθηματικά ως κλειστό σύστημα, αλλά στη δραστηριότητα, στη διαδικασία. Οι αρχές των

ρεαλιστικών μαθηματικών είναι: η αρχή της ενεργητικότητας, της πραγματικότητας, των επιπέδων, της εμπλοκής, της αλληλεπίδρασης και της καθοδήγησης (Streefland, 2000· Heuvel-Panhuizen, 2000· Heuvel-Panhuizen, & Wijers, 2005· βλ. και Δαρόπουλος, 2007). Παιδαγωγικά μοντέλα με τέτοια χαρακτηριστικά, πολλαπλή προσέγγιση των εννοιών, με ενίσχυση των ορθολογικών συλλογισμών των μαθητών/ριών, με σεβασμό στις προϋπάρχουσες ιδέες, δοκιμάστηκαν και στη χώρα μας, στις πρώτες τάξεις του δημοτικού, με θετικά αποτελέσματα σε επίπεδο αριθμών και πράξεων, νοερών υπολογισμών και επίλυσης προβλημάτων (Λεμονίδης, 2002).

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Το διδακτικό υλικό των μαθηματικών της δευτέρας (Β΄) τάξης θεωρείται από τους/ις εκπαιδευτικούς ένα από αυτά που παρουσίασαν αρκετές δυσκολίες. Συγκεκριμένα υποστηρίζεται ότι υπάρχει υψηλός φόρτος εργασίας, διατυπώνονται επιφυλάξεις για τη διάταξη της ύλης-ενοτήτων, παρουσιάζουν υψηλό επίπεδο δυσκολίας παραδειγμάτων και ασκήσεων, δεν εξυπηρετείται η διαθεματικότητα, παρατηρούνται δυσκολίες κατανόησης σε καθαρά γλωσσικό επίπεδο, υπάρχουν όμως θετικές κρίσεις για μηνύματα σε σχέση με τη θρησκευτική και την πολιτιστική διαφορετικότητα. Καταγράφονται θετικές ενδείξεις ότι, το βιβλίο των μαθηματικών της Β΄ τάξης, λειτούργησε ως μοχλός αλλαγής του τρόπου διδασκαλίας, όμως σημαντικό ποσοστό εκπαιδευτικών προτείνει μέχρι και την αντικατάστασή του. Επίσης, επιφυλάξεις διατυπώθηκαν εκ μέρους των εκπαιδευτικών, σχετικά με την αποτελεσματικότητα του προγράμματος της αρχικής επιμόρφωσης στα νέα βιβλία. Τέλος, αρνητικές κρίσεις εκφράζουν και οι γονείς, οι οποίες στις περισσότερες των περιπτώσεων, συμβαδίζουν με αυτές των εκπαιδευτικών (Εμβαλωτής³, επιμ., 2009).

Ο περιορισμένος διδακτικός χρόνος, η απαραίτητη χρήση εποπτικού υλικού, η επιλογή εργασιών, η δυσλειτουργική κατανομή της ύλης παρά την πλούσια εικονογράφηση, τα αρκετά λάθη σε δεδομένα και δραστηριότητες, η υπερβολική χρήση του μοτίβου και ο υψηλός βαθμός δυσκολίας πολλών εργασιών είναι τα σημαντικότερα ευρήματα και διαπιστώσεις από ερευνητική ομάδα εκπαιδευτικών στο νομό Αρκαδίας, για το ίδιο βιβλίο (Γιαννίκας, επιμ., 2009).

Η διευκόλυνση στην κατανόηση, μέσω κατάλληλων πλαισίων ή αναλογικών μοντέλων, των μαθηματικών εννοιών από μαθητές/ριες του δημοτικού σχολείου είναι μία συνηθισμένη πρακτική. Μία προσπάθεια ανάλυσης και ερμηνείας ενός τέτοιου παραδείγματος, μεταξύ των

³ Τα συμπεράσματα προέρχονται από την Πανελλαδική έρευνα του Ινστιτούτου Παιδαγωγικών Ερευνών-Μελετών και της Διδασκαλικής Ομοσπονδίας Ελλάδας (ΙΠΕΜ/Δ.Ο.Ε.) που διεξήχθη με ένα αριθμό ερωτηματολογίων για τελική επεξεργασία που έφτασε τις 2.843. Το 69,62% των συμμετεχόντων ήταν γυναίκες και το 30,38% άνδρες.

άλλων, περιλαμβάνει και η ερευνητική προσπάθεια των Κουστουράκη & Ζαχάρου (2008). Οι συγγραφείς, βάσει του εννοιολογικού πλαισίου του Basil Bernstein, ερμηνεύουν τις απαντήσεις μαθητών/ριων και φοιτητριών. Οι σωστές απαντήσεις στο πρόβλημα (σχήμα, 1) προϋποθέτει ότι ο/η μαθητής/ρια γνωρίζει:

- την έννοια «ρέστα»,
- κατανοεί ότι το άθροισμα της αξίας του αντικειμένου μαζί με τα ρέστα ισούται με το συνολικό ποσό των χρημάτων που έδωσε,
- μπορεί να υπολογίζει σωστά το άθροισμα,
- κατανοεί και αποδέχεται την κοινωνική σύμβαση σύμφωνα με την οποία, δε δίνουμε νομίσματα τα οποία θα μας επιστραφούν ως ρέστα.

• Πώς μπορεί να πλήρωσαν;

	Αγόρασε	Πήρε ρέστα	Ζωγραφίζω πόσα χρήματα έδωσε
Γαβριέλα			
Παντελής			
Μάρω			

Σχήμα 1. Μαθηματικά Β' Δημοτικού τ. Α. σ. 45

Αξιολογώντας τις σωστές απαντήσεις διαφαίνεται ότι ο βαθμός δυσκολίας είναι αρκετά υψηλός αφού δεν αρκεί να είναι μαθηματικά ορθές (τιμή προϊόντος+ρέστα= σύνολο των χρημάτων) αλλά χρειάζεται παράλληλα και η υιοθέτηση, εκ μέρους των μαθητών/ριών, απαραίτητων κοινωνικών συμβάσεων. Επιπροσθέτως, να σημειωθεί ότι φοιτήτριες, που έλαβαν μέρος στην έρευνα, έδωσαν λανθασμένες απαντήσεις σε ό,τι αφορά στη μη υιοθέτηση του κατάλληλου κοινωνικού πλαισίου (Κουστουράκης & Ζαχάρος 2008).

ΔΙΑΠΙΣΤΩΣΕΙΣ

Θα επιχειρηθεί μία ανάλυση των διαπιστώσεων-προβληματισμών που παρατέθηκαν. Οι διαπιστώσεις από τα ερευνητικά δεδομένα θα μπορούσαν να χωρισθούν σε δύο κατηγορίες: τις ενδογενείς διαπιστώσεις και τις εξωγενείς. Στην πρώτη ομάδα (ως ενδογενείς) συμπεριλαμβάνονται, κυρίως, στοιχεία που αναφέρονται στη δομή και το περιεχόμενο του διδακτικού υλικού: υψηλός βαθμός δυσκολίας αρκετών δραστηριοτήτων, ο τρόπος διάταξης της ύλης, τα χρονικά πλαίσια υλοποίησης και εκτέλεσης πολλών δραστηριοτήτων δεν ανταποκρίνονται στους πραγματικούς χρόνους μιας σχολικής τάξης, ο μεγάλος αριθμός

δραστηριοτήτων-ασκήσεων-προβλημάτων στις περισσότερες των ενοτήτων, η ασφυκτική πίεση όλων των παραπάνω σε μεγαλύτερο βαθμό στα ολιγοθέσια δημοτικά σχολεία εξαιτίας των εγγενών δομικών χαρακτηριστικών αυτών των σχολείων και τέλος, ο εξαιρετικά μεγάλος αριθμός παροραμάτων (τουλάχιστον στην πρώτη έκδοση).

Στη δεύτερη ομάδα των εξωγενών διαπιστώσεων εντάσσονται στοιχεία που αναφέρονται: στην ύπαρξη δραστηριοτήτων που δεν ήταν συνηθισμένες και ενταγμένες σε προηγούμενες εκπαιδευτικές πρακτικές π.χ. εκτιμήσεις-νοεροί υπολογισμοί, ο μαθητοκεντρικός προσανατολισμός και η φιλοσοφία του διδακτικού υλικού σε σχέση με παγιωμένες εκπαιδευτικές αντιλήψεις, η αναμενόμενη δυσκολία προσαρμογής σε κάτι καινούριο εκ μέρους μαθητών/ριών και των εκπαιδευτικών, η μη κατάλληλη και απαραίτητη υποστήριξη του διδακτικού υλικού με το αντίστοιχο χειραπτικό υλικό.

Ο συνδυασμός, η συνύπαρξη και η συλλειτουργία των δύο ομάδων των προβλημάτων που προαναφέρθησαν έχουν δημιουργήσει αυτήν την αρνητική εικόνα και τις δυσκολίες στην καθημερινή σχολική πραγματικότητα.

Η ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Η επίλυση προβλημάτων είναι μία θεματική ενότητα που διατρέχει το Πρόγραμμα Σπουδών (ΥΠ.Ε.Π.Θ. & Π.Ι. 2002) σε όλες τις τάξεις του δημοτικού σχολείου. Αυτό δείχνει τη σπουδαιότητα που αποδίδεται στην ενότητα αυτή. Από την άλλη μεριά διαπιστώνουμε ότι παρ' όλο που θεωρείται μια σημαντική ενότητα, δε δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα σε στρατηγικές επίλυσης, γνωστικές και μεταγνωστικές (Δαρόπουλος, 2008), ενώ υπάρχει πολύ λίγη ή καθόλου υποστήριξη σε αυτόν τον τομέα τόσο προς τους/ις μαθητές/ριες όσο και προς τους/ις εκπαιδευτικούς. Ιδιαίτερα βαρύτητα πρέπει να δοθεί στα ανοιχτά προβλήματα (open-ended problems) τα οποία προσφέρουν πολλά πλεονεκτήματα, αφού η λύση ενός προβλήματος δεν είναι: κάνω κάποιες πράξεις με τους αριθμούς που δίνονται για να βρω τη μία και μοναδική λύση, αλλά καταλήγω σε λύσεις μίας προβληματικής κατάστασης με πολλούς τρόπους. Συγκεκριμένα τα πλεονεκτήματα που προσφέρουν τα ανοιχτά προβλήματα είναι:

- Οι μαθητές/ριες έχουν μεγαλύτερη συμμετοχή στη μαθησιακή διαδικασία και εκφράζουν ευκολότερα τις ιδέες τους.
- Οι μαθητές/ριες έχουν περισσότερες ευκαιρίες να αναπτύξουν μαθηματικές γνώσεις και ικανότητες.
- Κάθε μαθητής/ρια μπορεί να ανταποκριθεί, σε κάποιο βαθμό, με το δικό του τρόπο.
- Το μάθημα μπορεί να παρέχει στους/ις μαθητές/ριες δυνατότητες διαλεκτικής συζήτησης.

- Οι μαθητές/ριες νιώθουν ευχαρίστηση από τη διαδικασία της ανακάλυψης και απολαμβάνουν την αποδοχή και εκτίμηση από τους/ις συμμαθητές/ριες τους (Takahashi, 2000 στο Sawada, 1997).

Η χρήση του λόγου από τον/ην εκπαιδευτικό προσανατολίζεται σε ερωτήσεις που δε γνωρίζουμε εκ των προτέρων την απάντηση και όχι σε ερωτήσεις ελέγχου της γνώσης, π.χ. αντί να ρωτήσουμε πόσο κάνει 3X7 ρωτάμε, αν το 21 είναι η απάντηση, θα ήθελες να μου πεις ποια θα μπορούσε να ήταν η ερώτηση;

Αντί να ζητήσουμε από τα παιδιά να μας υπολογίσουν την περίμετρο από ένα σχήμα, ζητάμε να σχεδιάσουν ένα σχήμα με περίμετρο π.χ. 30 εκ.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Η άρση πολλών, κυρίως, των εξωγενών προβληματισμών-διαπιστώσεων, μπορεί να επιτευχθεί εάν υιοθετηθεί μία σειρά στοχευμένων δράσεων με συγκεκριμένο χρονοδιάγραμμα. Η υιοθέτηση, εκ μέρους των εκπαιδευτικών, της προτροπής της συγγραφικής ομάδας ότι: «...Κάθε δάσκαλος επιλέγει από το βιβλίο και το τετράδιο εργασιών του μαθητή εργασίες που ταιριάζουν στην τάξη του κάθε φορά. Σε όλες τις περιπτώσεις επίσης μπορεί να τροποποιήσει και το χρόνο διδασκαλίας κάθε κεφαλαίου...» (Καργιωτάκης, Μαραγκού, Μπελίτσου, Σοφού, 2006: 5) είναι μία βασική επιλογή που θα συμβάλλει στην άρση αρκετών δυσκολιών. Η ενημέρωση των γονέων (και εκπαιδευτικών;) ότι η εκπαιδευτική διαδικασία χαρακτηρίζεται, κυρίως, από ποιοτικά χαρακτηριστικά και όχι από έναν αγώνα δρόμου επίλυσης, με μηχανιστικό τρόπο, μεγάλου αριθμού ασκήσεων-προβλημάτων, είναι άλλη μία στοχευμένη δράση. Αυτό θα εξασφαλίσει παράλληλα και μία αυτονόητη και απαραίτητη προϋπόθεση: τον *επαρκή χρόνο*. Ο επαρκής χρόνος που πρέπει να διατίθεται στους/ις μαθητές/ριες, εξασφαλίζει ένα περιβάλλον ηρεμίας που διευκολύνει τη μάθηση.

Η δυσκολία στο τμήμα των εκτιμήσεων και των νοερών υπολογισμών ήταν κάτι αναμενόμενο, αφού τέτοιου τύπου δραστηριότητες δεν ήταν ενταγμένες στη συνήθη εκπαιδευτική πρακτική, αν και οι νοεροί υπολογισμοί αποτελούν στόχο στο σύνολο σχεδόν των αναλυτικών προγραμμάτων των περισσότερων χωρών.

Η προσπάθεια υπολογισμού κατ' εκτίμηση είναι μία διαδικασία που βοηθά όχι μόνο στην ανάπτυξη μαθηματικών εννοιών αλλά και στην επίλυση προβλημάτων. Επίσης, είναι μια συνηθισμένη διαδικασία που χρησιμοποιούν πολύ συχνά και οι ενήλικες (Σοφοκλέους & Λεμονίδης, 2007).

Ο/η εκπαιδευτικός πρέπει να είναι καλός γνώστης της ύλης (Τριανταφυλλίδης, & Σδρόλιας, 2005) και ο ρόλος του/ης πολυσύνθετος: καθοδηγητικός, διαγνωστικός, αξιολογητικός, συμβουλευτικός, νεωτεριστικός (Κόκκοτας, 1997· Bruner, 1966· Κολιάδης 1998) για να

δημιουργηθούν οι κατάλληλες συνθήκες για μάθηση συνεπικουρούμενες από το κατάλληλο χειραπτικό υλικό, όπου αυτό δεν έχει υλοποιηθεί.

Τέλος, η υλοποίηση στοχευμένης πιλοτικής φάσης, είτε πρόκειται για νέα διδακτικά υλικά, είτε για νέα προγράμματα σπουδών, είναι μία αυτονόητη διαδικασία που εφαρμόζεται σε όλες τις αναπτυγμένες χώρες και δεν επιτρέπεται να επιχειρούνται αλλαγές σε ένα ευαίσθητο χώρο, όπως η εκπαίδευση, βεβαιασμένα χωρίς να υπάρχουν ερευνητικά αξιολογικά δεδομένα αυτών που ήδη εφαρμόζονται και υλοποιούνται κάθε φορά (Δαρόπουλος, 2006).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University press.

Γιαννίκας, Α. επιμ. (2009). Η αποτελεσματικότερη διδακτική αξιοποίηση του ΑΠΣ των μαθηματικών του δημοτικού σχολείου και των αντίστοιχων διδακτικών εγχειριδίων στο πλαίσιο της σύγχρονης διδακτικής των μαθηματικών. Τρίπολη.

Δαρόπουλος, Α. (2008). Η μεταγνώση και οι μεταγνωστικές δεξιότητες-στρατηγικές στη θεματική ενότητα της επίλυσης προβλημάτων στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση. *Τα Εκπαιδευτικά*, 87-88, 137-147.

Δαρόπουλος, Α. (2007). Τα μαθηματικά στα Προγράμματα Σπουδών της Ελλάδας, της Ολλανδίας και της Σιγκαπούρης στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση. *Πρακτικά του Συνεδρίου: «Η Πρωτοβάθμια εκπαίδευση και οι προκλήσεις της εποχής μας»*, 1554-1559.

Δαρόπουλος, Α. (2006). Μία συγκριτική μελέτη των προγραμμάτων σπουδών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης της Ελλάδας, της Ολλανδίας και της Σιγκαπούρης. *Το Σχολείο και το σπίτι*, 482, 448-462.

Διδακτικά Εγχειρίδια Μαθηματικών, Βιβλία δασκάλου, τάξεις α', β', γ', δ', ε', στ'. Ο.Ε.Δ.Β.

Εμβλωτής, Α. επιμ. (2009). Νέα σχολικά βιβλία, εμπειρίες των εκπαιδευτικών, Πανελλαδική έρευνα. Αθήνα. Διαθέσιμο στο: www.doe.gr. Ανακτήθηκε στις 30/10/09.

Heuvel-Panhuizen, M. van den. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9*. Utrecht: Utrecht University.

Heuvel-Panhuizen, M. van den & Wijers, M. (2005). Analyses Mathematics standards and curricula in the Netherlands. *ZDM* 37, (4).

Καργιωτάκης, Γ., Μαραγκού, Α., Μπελίτσου, Ν., Σοφού, Β. (2006). *Μαθηματικά Β', βιβλίο του δασκάλου*. Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.

Κόκκοτας, Π. (1997). *Σύγχρονες προσεγγίσεις στη διδασκαλία των φυσικών Επιστημών*. Αθήνα: του ιδίου.

Κολιάδης Εμ. (1998). *Θεωρίες μάθησης και εκπαιδευτική πράξη, τομ. Γ, γνωστικές θεωρίες*. Αθήνα: του ιδίου.

Κοτοπούλης, Θ. (2007). Η διδακτική των μαθηματικών εννοιών στη βασική εκπαίδευση: Όψεις και προοπτικές. *Επιστημονικό Βήμα*, 6, 142-156.

Κουστουράκης, Γ. & Ζαχάρος, Κ. (2008). Μια Κοινωνιολογική Προσέγγιση της Σχολικής Γνώσης στα Εγχειρίδια των Μαθηματικών. Το Παράδειγμα των Βιβλίων των Μαθηματικών της Β' Δημοτικού. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.), *Το Βιβλίο στη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, 121-134. Θεσσαλονίκη: Ομάδα Έρευνας της Μαθηματικής Εκπαίδευσης.

Λεμονίδης, Χ. (2002). Μια νέα πρόταση διδασκαλίας στα Μαθηματικά για τις πρώτες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου. *Θέματα στην Εκπαίδευση*, 3/1, 5-22.

Sawada, T. (1997). Developing lesson plans. In J. P. Becker & S. Shimada (Eds.) *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*, 23-35. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Σοφοκλέους, Π., Λεμονίδης, Χ., (2007). Νοεροί – κατ' εκτίμηση υπολογισμοί: Μαθηματικές διαδικασίες μέσα από τα σχολικά εγχειρίδια των πρώτων τάξεων του Δημοτικού της Ελλάδας και της Κύπρου. *Πρακτικά 9ου Παγκόσμιου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας και Επιστήμης, Πάφος 2-4 Φεβρουαρίου*, 277-290.

Streefland, I. (2000). *Ρεαλιστικά μαθηματικά στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση*, επιμ. Κολέζα Ευγ. Αθήνα: Leader Books.

Takahashi, A. (2000). Open-ended Problem Solving Enriched by the Internet. Διαθέσιμο στο: http://mste.illinois.edu/users/aki/open_ended/NCTM_Presentation/index. Ανακτήθηκε στις 10/10/2004.

Τρέσσου, Ε. (1998). Μεταρρυθμίσεις στη διδακτική και στη διδασκαλία των μαθηματικών, τομ.1, τ.2. Διαθέσιμο στο: <http://virtualschool.web.auth.gr/xis/Tressou>. Ανακτήθηκε στις 10/10/2004.

Τριανταφυλλίδης, Τρ. & Σδρόλιας, Κ. (2005). *Βασικές μαθηματικές έννοιες για τον εκπαιδευτικό της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης*. Αθήνα: Τυπωθήτω-Γ. Δαρδανός.

ΥΠ.Ε.Π.Θ. & Π.Ι. (2002). Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών – Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης. Τομ Α' & Β' Αθήνα.

Φερεντίνος, Σ. (2001). Ο ρόλος των δραστηριοτήτων στη μαθηματική εκπαίδευση. *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων*, 5, 7-19.